

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2009-2010
Prova scritta di Analisi Matematica II (15 CFU)
(per gli studenti del corso di laurea in Matematica)
1 Ottobre 2010

Non si possono utilizzare libri o appunti.

Durata della prova: 3 ore.

I

Trovare gli eventuali punti di minimo e massimo relativi della funzione

$$f(x, y) = y\sqrt{x^2 + y}.$$

Trovare il minimo ed il massimo assoluti di $f(x, y)$ in $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, 1], -x^2 \leq y \leq x^2\}$.

II

Dire se la forma differenziale

$$\omega \equiv \frac{1}{x+y} dx - \frac{x}{(x+y)y} dy$$

è esatta in $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq 0, x + y \neq 0\}$.

Calcolare l'integrale di ω lungo la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 + 1 \end{cases} \quad t \in [0, 1],$$

percorsa nel verso che va da $A = (0, 1)$ a $B = (1, 2)$.

III

Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T y\sqrt{x^2 + y} \, dx dy$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, 1], -x^2 \leq y \leq x^2\}$.

IV

Risolvere le seguenti equazioni differenziali

$$y'' - y' + y = e^x \sin x,$$

$$y'' - y' + y = e^x(3 \cos x + \sin x).$$