Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del 12-06-2001. C1

1) Studiare la convergenza semplice, uniforme e totale della serie di funzioni seguente

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{\left[\frac{n}{2}\right]}\frac{n|x|}{1+n^2|x|}.$$

2) Data la funzione

$$f_{\alpha,\beta}(x,y)=\begin{cases}\frac{(x^2+y^2)^\alpha}{\sqrt{|x|^\beta+|y|^\beta}} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

dove α,β sono parametri reali positivi, studiarne la continuità, la differenziabilità e la continuità delle derivate parziali nell'origine, al variare di α e β.

3) Determinare i punti di estremo relativo per la funzione

$$f(x,y,z)=\frac{e^{-\left|(x^2+y^2-1)|z^2-1|+1\right|}}{[(x^2+y^2-1)|z^2-1|+1]^2+1}$$

precisando se si tratta di punti di estremo assoluto. Quindi trovare $\inf f$ e $\sup f$.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\iiint_A \frac{dx\,dy\,dz}{x^2+y^2+2z+1}$$

essendo A l'insieme ottenuto facendo ruotare di un angolo di 2π attorno all'asse $\vec{z}$ l'insieme $B=\{(y,z)\in\mathbb{R}^2 : 0\leq y\leq 1-z, 0\leq z\leq 1\}$ del piano $x=0$.

5) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$x\,y''-(2x+2)\,y'+(x+2)\,y=0$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del 12-06-2001. C2

1) Dopo aver provato che la successione reale (a_n) di termine generale

$$a_n = \begin{cases} \frac{\pi}{2n} & n \in \mathbb{N}, n \quad \text{pari} \\ \\ \frac{\operatorname{arctg} n}{n} & n \in \mathbb{N}, n \quad \text{dispari} \end{cases}$$

è a variazione totale limitata, studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \, z^n \qquad\qquad z \in \mathbb{C}$$

determinandone l'insieme di convergenza semplice. Dire quindi in quali suoi sottoinsiemi essa converge uniformemente.

2) Sia (S, d) uno spazio metrico completo e $T : S \to S$ una funzione tale che $T^{(2)}$ sia una contrazione. È, allora, noto che T ha un solo punto fisso, che coincide con l'unico punto fisso di $T^{(2)}$. Provare che per ogni $x_0 \in S$ la successione $(T^{(n)}(x_0))$ delle approssimazioni successive converge a tale punto fisso.

3) Determinare il campo di esistenza $D \subset \mathbb{R}^2$ della funzione

$$F(x, y) = \int_0^1 t^{-1} \, e^{-t[\arcsin(x^2+y^2-1)+\pi]} \sin\{t[\arcsin(x^2 + y^2 - 1) + \pi]\} \, dt$$

e quindi gli eventuali punti di estremo relativo di F in D, precisando se si tratta di estremi assoluti.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\iiint_A \frac{dx\, dy\, dz}{x^2 + y^2 + 2z + 1}$$

essendo A l'insieme ottenuto facendo ruotare di un angolo di 2π attorno all'asse $\vec{z}$ l'insieme $B = \{(y, z) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le y \le 1 - z, 0 \le z \le 1\}$ del piano $x = 0$.

5) Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti

$$\begin{cases} x' = x + 3y - 2z \\ y' = 2y + 4z \\ z' = y + 2z \end{cases}$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 03-07-2001

1) Dato l'insieme

$$S^* = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1, z \neq 2\}$$

si consideri la funzione

$$\phi(x, y, z) = \left(\frac{2x}{2-z}, \frac{2y}{2-z} \right) : S^* \to \mathbb{R}^2$$

e si provi che $\phi(S^*) = \mathbb{R}^2$. Quindi si dica se ϕ è continua ed invertibile ed in caso di risposta positiva si dica se la funzione inversa è continua, giustificando tutte le risposte. Quindi si calcoli il limite seguente

$$\lim_{(x,y,z)\to(0,0,2)} \phi(x, y, z).$$

2) Dato l'insieme

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + y \geq 0, 2x - y \geq 0, x \leq 1\}$$

si dimostri che esso è compatto e quindi si determinino i punti di X che sono punti di estremo assoluto per la restrizione ad X della funzione continua

$$f(x, y) = \log[(4x^2 - y^2)(1 - x) + 1].$$

3) Calcolare l'integrale seguente

$$\iiint_A \frac{\operatorname{arctg} z}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{4}}}\, dx\, dy\, dz$$

essendo

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -1 \leq z \leq 1, x^2 + y^2 \leq z^4\}.$$

4) Determinare, se esiste, una funzione $\phi \in C^1(\mathbb{R})$ tale che la forma differenziale lineare

$$\frac{y\phi(y)}{x^2 + y^4}\, dx - \frac{2x\phi(y)}{x^2 + y^4}\, dy$$

risulti chiusa nel proprio dominio $D \subseteq \mathbb{R}^2$. In caso di risposta affermativa dire se la forma differenziale lineare ottenuta è esatta in D, giustificando la risposta.

5) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - 2\lambda\, y' + (\lambda^2 + \lambda + 1)\, y = e^{-x}$$

al variare del parametro reale λ.

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 19-07-2001. C1

1) Determinare il raggio di convergenza della serie di potenze seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^\alpha\,(2n)!}\, x^n$$

al variare del parametro reale positivo α; quindi studiare il comportamento della serie negli estremi dell'intervallo di convergenza, sempre al variare del parametro reale positivo α (suggerimento: la seguente *Formula di Stirling*

$$\lim_n \frac{n! e^n}{n^n \sqrt{n}} = \sqrt{2\pi}$$

può essere utile nella risoluzione dell'esercizio).

2) Data la funzione

$$f_\alpha(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x-y)-x+y}{(x^2+y^2)^\alpha} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

determinare tutti i valori del parametro reale positivo α per i quali f_α è continua in $(0,0)$ e quelli per cui f_α è differenziabile nello stesso punto.

3) Dato l'insieme

$$X = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > \frac{1}{2} \right\}$$

si determinino i punti di X che sono punti di estremo relativo per la restrizione ad X della funzione

$$f(x,y) = x^2 y(1-x-y^2).$$

4) Data la funzione

$$f(x,y) = e^{y-2x} + 2y - x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

provare che esiste un'unica funzione continua $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita implicitamente dall'equazione $f(x,y) = 0$. Quindi calcolare, se esistono, i limiti seguenti

$$\lim_{x\to-\infty} y(x)\,, \ \lim_{x\to+\infty} y(x).$$

5) Provare che l'insieme

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq xy \leq 3, y^2 - x^2 \leq 1, 0 < x < y\}$$

è misurabile secondo Peano-Jordan e quindi calcolare l'integrale seguente

$$\int\!\!\int_E (y^2 - x^2)^{xy}\,(x^2+y^2)\,dx\,dy.$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 19-07-2001. C2

1) Determinare il raggio di convergenza della serie di potenze seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^\alpha\,(2n)!}\,x^n$$

al variare del parametro reale positivo α; quindi studiare il comportamento della serie negli estremi dell'intervallo di convergenza, sempre al variare del parametro reale positivo α (suggerimento: la seguente *Formula di Stirling*

$$\lim_n \frac{n!e^n}{n^n\sqrt{n}} = \sqrt{2\pi}$$

può essere utile nella risoluzione dell'esercizio).

2) Dato l'insieme

$$X = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > \frac{1}{2}\right\}$$

si determinino i punti di X che sono punti di estremo relativo per la restrizione ad X della funzione

$$f(x,y) = x^2y(1-x-y^2).$$

3) Provare che l'insieme

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le xy \le 3, y^2 - x^2 \le 1, 0 < x < y\}$$

è misurabile secondo Peano-Jordan e quindi calcolare l'integrale seguente

$$\int\!\!\int_E (y^2-x^2)^{xy}\,(x^2+y^2)\,dx\,dy.$$

4) Data la funzione

$$g_p(x) = \int_0^1 t^p\,\sin(tx)\,dt : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\, p \in]0,+\infty[$$

determinare un problema di Cauchy del quale essa è soluzione. Giustificare la risposta.

5) Dato l'insieme

$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x, x^2+y^2 = 2x\}$$

provare che esso è il sostegno di una curva regolare chiusa γ. Fissato quindi un orientamento positivo su γ provare che l'integrale curvilineo seguente

$$\int_{+\gamma} y^2(1+z)\,dx + x^2y\,dy + \phi(z)\,dz$$

è costante al variare di ϕ in $C^1(\mathbb{R})$.

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 03-09-2001.

1) Assegnata la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\cos x + n^2}{n^3}\, x^{2n}$$

determinarne gli insiemi di convergenza puntuale, uniforme, totale. Dire, poi, per quali $\alpha \in]0, +\infty[$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\cos \frac{x}{1+\alpha x^2} + n^2}{n^3} \left(\frac{x}{1+\alpha x^2}\right)^{2n}$$

converge uniformemente in tutto $\mathbb{R}$.

2) Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^7+x^2y+x^2y^5}{x^2+y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

studiarne la continuità, la derivabilità direzionale e la differenziabilità in $(0,0)$.

3) Dato l'insieme

$$X = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{1}{2}(x^2+y^2) + \log\left(\frac{1}{4} + z^2\right) \leq 0\right\}$$

provarne la compattezza. Quindi determininare i punti di X che sono punti di estremo assoluto per la restrizione ad X della funzione

$$f(x,y,z) = xy + 2z.$$

4) Dato l'insieme

$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, 0 < x^2+y^2 \leq z \leq 1\}$$

dire se la funzione

$$f(x,y,z) = \frac{x}{y+z}$$

risulta ivi integrabile ed, eventualmente, calcolare l'integrale

$$\iiint_E f(x,y,z)\, dxdydz\,.$$

5) Dire per quali funzioni $\phi \in C^1(\mathbb{R}^2 \setminus (0,0))$ la forma differenziale lineare

$$\frac{x}{x^2+y^2}\,dx + \phi(x,y)\,dy$$

risulta esatta in $\mathbb{R}^2 \setminus (0,0)$. Quindi determinare ϕ in modo che esista una primitiva U della forma differenziale lineare sopra considerata tale che

$$U(0,y) = \log|y| \qquad\qquad y \in \mathbb{R} \setminus 0.$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 26-09-2001. C1

1) Determinare la somma della serie numerica convergente seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)2^n}.$$

2) Dato $\alpha \in]0,1[$ provare che

$$C_\alpha = \left\{ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ limitate } : \sup \left\{ \frac{|f(x) - f(y)|}{|x-y|^\alpha} : x, y \in \mathbb{R}, x \neq y \right\} < +\infty \right\}$$

è uno spazio vettoriale con le usuali operazioni $+ : C_\alpha \times C_\alpha \to C_\alpha, \times : \mathbb{R} \times C_\alpha \to C_\alpha$.
Posto, poi, per ogni $f, g \in C_\alpha$

$$d_\alpha(f,g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in \mathbb{R}\} + \sup \left\{ \frac{|(f-g)(x) - (f-g)(y)|}{|x-y|^\alpha} : x, y \in \mathbb{R}, x \neq y \right\}$$

provare che (C_α, d_α) è spazio metrico. Infine, dire, giustificando le risposte, se
(i) le operazioni $+, \times$ sono continue,
(ii) (C_α, d_α) è completo.

3) Dimostrare che l'insieme

$$X = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy - (x^4 + y^4) = 0 \right\}$$

è infinito e compatto. Quindi si determinino i punti di X che sono punti di estremo assoluto per la restrizione ad X della funzione continua

$$f(x,y) = xy(x^4 + y^4).$$

4) Provare che l'insieme

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : e^{2y} + e^{2z} \leq 1, |e^{2x} - e^{2z}| \leq 1, |x - y| \leq 1\}$$

è non limitato e misurabile. Quindi calcolare l'integrale

$$\iiint_A (e^{2x} - e^{2z}) e^{2z} (e^{2x} + e^{2y}) \, dx dy dz$$

5) Determinare l'unica funzione $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tale che

$$y(t) = \int_0^1 \sinh(x+t) y(x) \, dx \,, \qquad t \in \mathbb{R}.$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 26-09-2001. C2

1) Detto $f^* : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ il prolungamento periodico di periodo 2π della funzione

$$f(x) = x + x^2 :]-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$$

scrivere la serie di Fourier di f^*, precisando in quali punti converge e quale ne è la funzione somma. Dedurre, poi, la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$.

2) Dato $\alpha \in]0,1[$ provare che

$$C_\alpha = \left\{ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ limitate } : \sup \left\{ \frac{|f(x) - f(y)|}{|x-y|^\alpha} : x, y \in \mathbb{R}, x \neq y \right\} < +\infty \right\}$$

è uno spazio vettoriale con le usuali operazioni $+ : C_\alpha \times C_\alpha \to C_\alpha, \times : \mathbb{R} \times C_\alpha \to C_\alpha$. Posto, poi, per ogni $f, g \in C_\alpha$

$$d_\alpha(f,g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in \mathbb{R}\} + \sup \left\{ \frac{|(f-g)(x) - (f-g)(y)|}{|x-y|^\alpha} : x, y \in \mathbb{R}, x \neq y \right\}$$

provare che (C_α, d_α) è spazio metrico. Infine, dire, giustificando le risposte, se
(i) le operazioni $+, \times$ sono continue,
(ii) (C_α, d_α) è completo.

3) Dimostrare che l'insieme

$$X = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy - (x^4 + y^4) = 0\right\}$$

è infinito e compatto. Quindi si determinino i punti di X che sono punti di estremo assoluto per la restrizione ad X della funzione continua

$$f(x,y) = xy(x^4 + y^4).$$

4) Provare che l'insieme

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : e^{2y} + e^{2z} \leq 1, |e^{2x} - e^{2z}| \leq 1, |x - y| \leq 1\}$$

è non limitato e misurabile. Quindi calcolare l'integrale

$$\iiint_A (e^{2x} - e^{2z}) e^{2z} (e^{2x} + e^{2y}) \, dxdydz$$

5) Determinare l'unica funzione $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tale che

$$y(t) = \int_0^1 \sinh(x+t) y(x) \, dx \,, \qquad t \in \mathbb{R}.$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 13-12-2001

1) Assegnata la serie di funzioni seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\sqrt[n]{|x^2-1|} - 1 \right) x^n$$

determinarne l'insiem E di convergenza semplice; quindi, dire se la convergenza è uniforme su E. Determinare gli eventuali insiemi $A \subseteq E$ dove la convergenza è totale.

2) Data la funzione

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{z^4(x^2+y^2)}{(x^2+y^2+z^2)^\alpha} & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0 & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

studiarne la continuità e la differenziabilità nell'origine, al variare del parametro reale positivo α. Quindi dire per quali valori di α esistono le derivate direzionali nell'origine e calcolarle.

3) Calcolare l'integrale seguente

$$\iiint_A \frac{y}{1+z^4}\, dxdydz$$

essendo $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, 0 \leq z \leq 1, x^2+y^2 \leq z^2, z \leq x+y\}$, dopo avere provato che A è limitato e misurabile.

4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma \left[\log(x^2+y^2) + 2\mathrm{arctg}\frac{y}{x} \right] dx + \log(x^2+y^2)\, dy$$

essendo γ la circonferenza di centro $(2,0)$ e raggio 1, percorsa in senso antiorario.

5) Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = -\frac{y^3\, x^{-\frac{1}{2}} + 7\, x^2 \sqrt{x}}{6\sqrt{x}\, y^2 + 2}$$

Quindi provare che ognuna delle soluzioni ammette un punto stazionario, precisando se esso è unico.

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 13-02-2002.

1) Assegnata la serie di funzioni seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sqrt{[n(x^2-3)+1]^n}}{n^{4n}}$$

a) determinare il più grande insieme $X \subseteq \mathbb{R}$ dove tutte le funzioni sono definite
b) determinare l'insieme $E \subseteq X$ di convergenza puntuale
c) provare che la serie non converge uniformemente in E
d) determinare i sottoinsiemi di E dove si ha convergenza totale.

2) Determinare gli eventuali punti di estremo relativo della funzione

$$f(x,y) = |y^2|y| + x^2 - 1|e^{y^2|y|+x^2-1} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

precisando se si tratta di estremi assoluti.

3) Determinare una funzione $\phi \in C^1(]0,+\infty[)$, non identicamente nulla, tale che la forma differenziale lineare

$$\phi(x)\,(x^2+y^2-1)\,dx + xy\,\phi(x)\,dy$$

risulti esatta in $]0,+\infty[\times]0,+\infty[$. Risolvere poi il seguente problema di Cauchy

$$y' = \frac{1-x^2-y^2}{xy}\,,\; y(1) = 1$$

dove $x, y \in]0,+\infty[$.

4) Calcolare l'integrale superficiale

$$\int_{\Sigma} \sqrt{1+x^2+y^2}\,d\sigma$$

dove Σ è la porzione dell'iperboloide di equazione $z^2 - x^2 - y^2 = 1$ compreso fra i piani di equazione $z = -2$ e $z = -\sqrt{10}$.

5) Per ogni $t > 0$ sia

$$D_t = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le t,\; t-x \le y \le 2(t-x)\}.$$

Posto

$$h(t) = \iint_{D_t} e^y \sin(x^2)\,dxdy$$

provare che $h \in C^2(]0,+\infty[)$ e che essa risolve l'equazione differenziale

$$h'' - 3h' + 2h = \sin(t^2).$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
Corso di Laurea in Matematica - A.A. 2000-01
Prova scritta di Analisi Matematica II del giorno 28-02-2002.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(-x^3+y^3)^2\,(-x+y)}{(x^2+y^2)\sin^2[\sin(x^2+y^2)]} & (x,y) : 0 < x^2+y^2 \le 1 \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

dire se
a) f è continua in $(0,0)$
b) f è derivabile in $(0,0)$ lungo ogni direzione
c) f è differenziabile in $(0,0)$.

2) Data la funzione

$$f(x,y) = |y|(x^2+y^2-x) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

determinare $f(\mathbb{R}^2)$.

3) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\int\!\!\int_A \frac{x^3 + \operatorname{arctg}(x-y)}{(1+xy)^2}\,dx\,dy$$

dove $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, 0 \le x \le 1, x^2 \le y \le \sqrt{x}\}$.

4) Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma (x^2+xy+y^2+2x+y)e^{x-y}\,dx + (x+2y-x^2-xy-y^2)e^{x-y}\,dy$$

essendo

$$x(t) = \int_{\frac{1}{2}}^{t} \frac{\sqrt{1-u}}{u}\,du\ ,\ y(t) = t\,, \qquad t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$$

una rappresentazione parametrica di γ.

5) Determinare le soluzioni del problema di Cauchy

$$y' + \frac{x}{x^2-1}\,y = x\sqrt{y}\ ,\ y(\sqrt{2}) = \frac{1}{25}.$$

Consegna in tre ore. È vietato uscire dall'aula durante il compito. È vietato consultare appunti, fotocopie, libri.