Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica II
del giorno 31-01-2007

1) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n\, x^n}{\sqrt{n+1}}$$

2) Determinare i punti di estremo relativo ed assoluto della funzione seguente

$$f(x,y) = \sqrt{x^2+4y^2} + 4y^2 - 1$$

nell'insieme $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, x^2+4y^2 \leq 9\}$

3) Determinare il volume del solido intersezione degli insiemi

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 4\}\ , B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \leq 1\}$$

4) Risolvere il problema di Cauchy seguente

$$y' = \frac{xy^2 - 4x^3 + y^3}{xy^2}\ , y(1) = 2$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica II (LL-Z)
del giorno 21-02-2007

1) Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2x}{x^2+1} \right)^{n^2}$$

determinare gli insiemi di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale.

2) Data la funzione

$$f(x,y) = (x^2 + y^2 - 4)\, e^{x^2+y^2}$$

determinarne eventuali punti di estremo relativo ed assoluto nel cerchio chiuso di centro l'origine e raggio 2.

3) Data la curva γ di equazioni parametriche

$$x(t) = 2\cos t + \cos(2t)\,, \quad y(t) = 2\sin t + \sin(2t) \qquad\qquad \forall\, t \in [0, 2\pi]$$

determinare l'area ed il perimetro della parte di piano limitata avente γ come frontiera.

4) Risolvere l'equazione differenziale

$$y'' + (\lambda - 2)\, y' + (\lambda + 1)\, y = x$$

al variare del parametro reale λ.

Ingegneria Elettronica

Prova in itinere di Analisi Matematica II
del giorno 24-04-2007.C1

1) Studiare la seguente serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{6^n + 7^n}\, x^n.$$

2) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{nx}}{2 + n^2 x^2}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2x}$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = \frac{2x}{1 + x^2} \sqrt{1 - y}$$

precisando, per ogni soluzione, il campo di esistenza.

Ingegneria Elettronica

Prova in itinere di Analisi Matematica II
del giorno 24-04-2007.C2

1) Studiare la seguente serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n(2n+2)}\, x^n.$$

2) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{2nx}}{2+4n^2x^2}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y'' + 3y' + 2y = e^{-2x}$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = \frac{\log x}{x}\,(y^2-4)$$

precisando, per ogni soluzione, il campo di esistenza.

Ingegneria Elettronica

Prova in itinere di Analisi Matematica II
del giorno 24-04-2007.C3

1) Studiare la seguente serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^4+2^n}\, x^n.$$

2) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \, \frac{e^{-nx^2}}{2+n^2x^4}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y'' + 5y' + 6y = e^{-3x}$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = \frac{x^2}{1+x^3}\,(y^2-1)$$

precisando, per ogni soluzione, il campo di esistenza.

Ingegneria Elettronica

Prova in itinere di Analisi Matematica II
del giorno 24-04-2007.C4

1) Studiare la seguente serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)3^n}{n^3}\, x^n.$$

2) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{-2nx^2}}{2+4n^2x^4}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y'' - 5y' + 6y = e^{3x}$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\, \sqrt[3]{y-4}$$

precisando, per ogni soluzione, il campo di esistenza.

Ingegneria Elettronica

Appello di Analisi Matematica II (LL-Z) del giorno 07-05-2007
per studenti Fuori Corso e Ripetenti

1) Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(x+n)}$$

studiarne la convergenza semplice, uniforme e totale sia in $[0, +\infty[$ che in $[0, 1]$

2) Determinare i punti di estremo relativo della funzione

$$f(x, y) = \frac{(x + y + 1)^2}{x^2 + y^2 + 1} \; : \; \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = axy^2 + byz + cz^2x^3 \, , \qquad a > 0$$

determinare a, b, c in modo che la derivata direzionale nel punto $(1, 2, -1)$ sia massima nella direzione del versore $(0, 0, 1)$ e valga 16.

4) Detto A l'insieme del piano delimitato dalle curve di equazione

$$y = x, y = 2x, y = x^2, y = 2x^2$$

calcolare l'integrale seguente

$$\iint_A \frac{y}{x^4} \, dxdy$$

5) Si risolva l'equazione differenziale

$$y' = \frac{2x}{x^2 + 1} \sqrt{1 - y^2}$$

ogni volta precisando l'intervallo di definizione delle soluzioni.

Ingegneria Elettronica

Prova in itinere di Analisi Matematica II del giorno 12-06-2007

1) Calcolare il volume del solido

$$A = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq \sqrt{y^2+z^2}\,,\ x^2+y^2+z^2 \leq 1 \right\}$$

2) Data la forma differenziale lineare

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2-9}}\,dx + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2-9}}\,dy$$

determinarne il campo di esistenza e quindi provare che essa è ivi esatta. Infine calcolarne l'integrale curvilineo esteso alla curva di equazioni

$$x(t) = 3+\cos t,\ \ y(t) = 3+\sin t,\ \ t \in [0, \pi/2]$$

3) Data la funzione

$$f(x,y,z) = e^2\,(x^2+y^2+z^2-x^2y^2+1) - e^{x^2+y^2+z^2-x^2y^2+1} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$$

determinarne gli estremi relativi. Provare, poi, che non esiste il $\lim_{(x,y,z)\to\infty} f(x,y,z)$ e che $\inf_{\mathbb{R}^3} f = -\infty$. Dire, infine, se f ammette massimo assoluto. Giustificare i risultati ottenuti.

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica II
del giorno 21-06-2007

N.B. Per avere l'ammissione alla prova orale occorre risolvere in maniera esauriente e corretta almeno tre esercizi, uno almeno dei quali in un gruppo ed i rimanenti due nell'altro gruppo. Coloro che hanno superato la prima prova in itinere, ma non la seconda dovranno affrontare solo gli esercizi del gruppo B, fornendo esauriente e corretta risoluzione di almeno uno di essi e di parte consistente di uno dei rimanenti due. E' consentito consultare gli appunti ed il libro. Non è consentito parlare fra i candidati né con il docente. Buon lavoro!

GRUPPO A

1) Data la successione di funzioni definite mediante la legge

$$f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{n^2\sqrt{x}} \; :]0,+\infty[\to \mathbb{R}$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

2) Data la funzione

$$g(x,y) = \frac{x^2+|xy|}{\sqrt{x^2+y^2}} \; : \; \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$$

provare che esiste finito il

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} g(x,y) = H.$$

Quindi posto

$$f(x,y) = \begin{cases} g(x,y) & (x,y) \neq (0,0) \\ H & (x,y) = (0,0) \end{cases} \; : \; \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

studiare l'esistenza delle derivate direzionali e la differenziabnilità di f nell'origine.

3) Determinare le soluzioni del problema di Cauchy seguente

$$y' = \frac{y}{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin\frac{y}{x} + \cos\frac{y}{x}\right) \, , \; y(1) = \frac{\pi}{4} \qquad\qquad x \in]0,+\infty[$$

precisandone il dominio.

GRUPPO B

1) Calcolare la lunghezza della curva regolare di equazioni

$$h(t) = \begin{cases} x(t) = \sqrt{t^2+2t+3} - \log(t+1+\sqrt{t^2+2t+3}) \\ y(t) = \int_0^t \sqrt{\frac{2u}{u^2+2u+3}}\, du \\ z(t) = \log(t+1+\sqrt{t^2+2t+3}) \end{cases} : [0,1] \to \mathbb{R}^3$$

2) Determinare una funzione $\phi \in C^2(\mathbb{R})$ tale che $\phi(0) = -\frac{1}{2}, \phi'(0) = \frac{1}{2}$ di modo che la forma differenziale lineare

$$y \sin x\, dx + [\phi'(x) + \phi(x) + y^2]\, dy$$

sia esatta in $\mathbb{R}^2$. Infine calcolarne le primitive.

3) Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D \frac{y}{x}\, dxdy$$

essendo

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \le x \le y, 9(x^2+y^2) \ge 4\}$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica II
del giorno 06-07-2007. C1

N.B. Per avere l'ammissione alla prova orale occorre risolvere in maniera esauriente e corretta almeno tre esercizi, uno almeno dei quali in un gruppo ed i rimanenti due nell'altro gruppo. Coloro che hanno superato la prima prova in itinere, ma non la seconda dovranno affrontare solo gli esercizi del gruppo B, fornendo esauriente e corretta risoluzione di almeno uno di essi e di parte consistente di uno dei rimanenti due. E' consentito consultare gli appunti ed il libro. Non è consentito parlare fra i candidati né con il docente. Buon lavoro!

GRUPPO A

1) Data la successione di funzioni definite mediante la legge

$$f_n(x) = x^{\sqrt{n}}\, e^{\frac{x}{n}} \;\; :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

2) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \operatorname{arctg}^{\alpha} \frac{1}{n}\right) \sin\frac{1}{\sqrt{n}}\, x^n$$

al variare del parametro reale α.

3) Determinare le soluzioni del problema seguente

$$\begin{cases} y''' - \alpha\, y'' - y' + \alpha\, y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0, \lim_{x\to+\infty} y(x) = 0 \end{cases}$$

se ne esistono, al variare del parametro reale α.

GRUPPO B

1) Data la funzione

$$g(x,y) = e^{xy+y^2-3x-9} - (xy + y^2 - 3x - 9)\ :\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

determinarne, se esistono, i punti di estremo relativo e assoluto nel triangolo delimitato dalle rette di equazione

$$y = 4,\ \ x = 0,\ \ x + y = -4$$

2) Determinare, se esistono, i valori del parametro reale positivo α per i quali la forma differenziale lineare

$$\frac{x^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\,dx + \frac{y^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\,dy$$

è esatta nel primo quadrante, determinandone, poi, le primitive.

3) Calcolare, se esiste, l'integrale doppio (di Lebesgue)

$$\int\!\!\int_D y \log(1 + x^2)\,dxdy$$

essendo

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x - y \geq 0,\, x + y \geq 0,\, x + y^4 - 2 \geq 0\}$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica II
del giorno 06-07-2007.C2

N.B. Per avere l'ammissione alla prova orale occorre risolvere in maniera esauriente e corretta almeno tre esercizi, uno almeno dei quali in un gruppo ed i rimanenti due nell'altro gruppo. Coloro che hanno superato la prima prova in itinere, ma non la seconda dovranno affrontare solo gli esercizi del gruppo B, fornendo esauriente e corretta risoluzione di almeno uno di essi e di parte consistente di uno dei rimanenti due. E' consentito consultare gli appunti ed il libro. Non è consentito parlare fra i candidati né con il docente. Buon lavoro!

GRUPPO A

1) Data la successione di funzioni definite mediante la legge

$$f_n(x) = x^{-\sqrt{n}}\, e^{\frac{x}{n}} \; :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

2) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \sin^{\alpha} \frac{1}{n}\right) \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n}}\, x^n$$

al variare del parametro reale α.

3) Determinare le soluzioni del problema seguente

$$\begin{cases} \alpha\, y''' - y'' - \alpha\, y' + y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0, \lim_{x \to +\infty} y(x) = 0 \end{cases}$$

se ne esistono, al variare del parametro reale α.

GRUPPO B

1) Data la funzione

$$g(x,y) = e^{xy+y^2+3x-9} - (xy + y^2 + 3x - 9) \, : \, \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

determinarne, se esistono, i punti di estremo relativo e assoluto nel triangolo delimitato dalle rette di equazione

$$y = -4, \;\; x = 0, \;\; x + y = 4$$

2) Determinare, se esistono, i valori del parametro reale positivo α per i quali la forma differenziale lineare

$$\frac{(-x)^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\, dx + \frac{(-y)^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\, dy$$

è esatta nel terzo quadrante, determinandone, poi, le primitive.

3) Calcolare, se esiste, l'integrale doppio (di Lebesgue)

$$\int\!\!\int_D y \log(1 + x^2)\, dx dy$$

essendo

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x - y \geq 0, \, x + y \geq 0, \, x + y^2 - 2 \geq 0\}$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica II
del giorno 06-07-2007.C3

N.B. Per avere l'ammissione alla prova orale occorre risolvere in maniera esauriente e corretta almeno tre esercizi, uno almeno dei quali in un gruppo ed i rimanenti due nell'altro gruppo. Coloro che hanno superato la prima prova in itinere, ma non la seconda dovranno affrontare solo gli esercizi del gruppo B, fornendo esauriente e corretta risoluzione di almeno uno di essi e di parte consistente di uno dei rimanenti due. E' consentito consultare gli appunti ed il libro. Non è consentito parlare fra i candidati né con il docente. Buon lavoro!

GRUPPO A

1) Data la successione di funzioni definite mediante la legge

$$f_n(x) = x^{\sqrt{n}}\, e^{-\frac{x}{n}} \;:]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

2) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \operatorname{arctg}^{\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \sin\frac{1}{n}\, x^n$$

al variare del parametro reale α.

3) Determinare le soluzioni del problema seguente

$$\begin{cases} y''' - \alpha\, y'' - y' + \alpha\, y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0, \lim_{x\to-\infty} y(x) = 0 \end{cases}$$

se ne esistono, al variare del parametro reale α.

GRUPPO B

1) Data la funzione

$$g(x,y) = e^{-xy+y^2+3x-9} - (-xy + y^2 + 3x - 9) \, : \, \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

determinarne, se esistono, i punti di estremo relativo e assoluto nel triangolo delimitato dalle rette di equazione

$$y = 4, \;\; x = 0, \;\; -x + y = -4$$

2) Determinare, se esistono, i valori del parametro reale positivo α per i quali la forma differenziale lineare

$$-\frac{(-x)^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\, dx + \frac{y^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\, dy$$

è esatta nel secondo quadrante, determinandone, poi, le primitive.

3) Calcolare, se esiste, l'integrale doppio (di Lebesgue)

$$\iint_D y \log(1 + x^2)\, dxdy$$

essendo

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x - y^2 \geq 0, \, x + y^2 \geq 0, \, x + |y| - 2 \geq 0\}$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica II
del giorno 06-07-2007.C4

N.B. Per avere l'ammissione alla prova orale occorre risolvere in maniera esauriente e corretta almeno tre esercizi, uno almeno dei quali in un gruppo ed i rimanenti due nell'altro gruppo. Coloro che hanno superato la prima prova in itinere, ma non la seconda dovranno affrontare solo gli esercizi del gruppo B, fornendo esauriente e corretta risoluzione di almeno uno di essi e di parte consistente di uno dei rimanenti due. E' consentito consultare gli appunti ed il libro. Non è consentito parlare fra i candidati né con il docente. Buon lavoro!

GRUPPO A

1) Data la successione di funzioni definite mediante la legge

$$f_n(x) = x^{-\sqrt{n}}\, e^{-\frac{x}{n}} \;:]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

2) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \sin^{\alpha} \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \operatorname{arctg}\frac{1}{n}\, x^n$$

al variare del parametro reale α.

3) Determinare le soluzioni del problema seguente

$$\begin{cases} \alpha\, y''' - y'' - \alpha\, y' + y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0, \lim_{x\to-\infty} y(x) = 0 \end{cases}$$

se ne esistono, al variare del parametro reale α.

GRUPPO B

1) Data la funzione

$$g(x,y) = e^{-xy+y^2-3x-9} - (-xy + y^2 - 3x - 9) \,:\, \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

determinarne, se esistono, i punti di estremo relativo e assoluto nel triangolo delimitato dalle rette di equazione

$$y = -4, \;\; x = 0, \;\; x - y = -4$$

2) Determinare, se esistono, i valori del parametro reale positivo α per i quali la forma differenziale lineare

$$\frac{x^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\, dx - \frac{(-y)^{\,\alpha}}{x^4 + y^4}\, dy$$

è esatta nel quarto quadrante, determinandone, poi, le primitive.

3) Calcolare, se esiste, l'integrale doppio (di Lebesgue)

$$\int\!\!\int_D y \log(1 + x^2)\, dxdy$$

essendo

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x - y \geq 0,\, x + y \geq 0,\, x + |y|^3 - 2 \geq 0\}$$