Ingegneria Elettronica

Prima prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 01-12-2006. C1

1) Usare il Principio di Induzione per provare che

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{4k^2-1} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

2) Usando la definizione di limite stabilire la falsità della seguente affermazione

$$\lim_{n} \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) = 1$$

3) Determinare il carattere della serie numerica seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} \log\left(1 + \sin\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

al variare del parametro reale positivo α

Ingegneria Elettronica

Prima prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 01-12-2006. C2

1) Usare il Principio di Induzione per provare che

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(4k^2-1)(2k+3)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)(2n+3)} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

2) Usando la definizione di limite stabilire la falsità della seguente affermazione

$$\lim_{n} \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) = 0$$

3) Determinare il carattere della serie numerica seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\log n} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{\log n}$$

al variare del parametro reale positivo α

Ingegneria Elettronica

Prima prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 01-12-2006. C3

1) Usare il Principio di Induzione per provare che

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4k^2-1} = \frac{n}{2n+1} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

2) Usando la definizione di limite stabilire la falsità della seguente affermazione

$$\lim_{n} \operatorname{arctg}\left(\frac{n+1}{n}\right) = 0$$

3) Determinare il carattere della serie numerica seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\frac{1}{n}\right)^{n} n^{\alpha\, n}$$

al variare del parametro reale positivo α

Ingegneria Elettronica

Prima prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 01-12-2006. C4

1) Usare il Principio di Induzione per provare che

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k+2)(3k+5)} = \frac{1}{5}\,\frac{n}{3n+5} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

2) Usando la definizione di limite stabilire la falsità della seguente affermazione

$$\lim_{n} \arcsin\left(\frac{n-1}{n}\right) = 0$$

3) Determinare il carattere della serie numerica seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \frac{n^{\alpha}+2}{n^{2}+1}$$

al variare del parametro reale positivo α

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 20-01-2007. C1

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{(\sqrt{x+1}-1) - \arcsin(\sqrt{x+1}-1)}$$

determinarne campo di esistenza ed insieme immagine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{e^x \,\mathrm{arctg} e^x}{(1+e^x)^2}\,dx$$

3) Studiare la sommabilità della funzione

$$f(x) = \frac{\mathrm{arctg} x \,\log x}{x-1}$$

nell'intervallo $]0,1[$

4) Provare che

$$x \geq \int_0^x \cos[e^{-t^2}]\,dt$$

per ogni $x \in [0,+\infty[$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 20-01-2007. C2

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{(\sqrt{x}-1) - \arcsin(\sqrt{x}-1)}$$

determinarne campo di esistenza ed insieme immagine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{\sin x \log(2-\sin x)}{\cos^3 x}\,dx$$

3) Studiare la sommabilità della funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{x-1}$$

nell'intervallo $]1, +\infty[$

4) Provare che

$$x \geq \int_0^x e^{-\sin^2 t}\,dt$$

per ogni $x \in [0, +\infty[$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 20-01-2007. C3

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \log(1 - \sqrt{x+1})}$$

determinarne campo di esistenza ed insieme immagine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{5-x}{\sqrt{5+4x-x^2}}\, dx$$

3) Studiare la sommabilità della funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x \log x}$$

nell'intervallo $]0,1[$

4) Provare che

$$x \geq \int_0^x \sin[e^{-t^2}]\, dt$$

per ogni $x \in [0, +\infty[$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 20-01-2007. C4

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \log(1 - \sqrt{x})}$$

determinarne campo di esistenza ed insieme immagine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}} \, dx$$

3) Studiare la sommabilità della funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x \log x}$$

nell'intervallo $]1, +\infty[$

4) Provare che

$$x \geq \frac{2}{\pi} \int_0^x \operatorname{arctg}[\sin t] \, dt$$

per ogni $x \in [0, +\infty[$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C1

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che il limite seguente esista e valga 0

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(\alpha\, x) - \log(1 + \alpha\, x) + x}{\alpha\, \arcsin x}$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\left| \frac{x^2 - x - 2}{x - 3} \right|}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x\, \mathrm{arctg}\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2 - 1}}\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C2

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che il limite seguente esista e valga $L \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(\alpha\, x) - \log(1 + \alpha\, x)}{\alpha \arcsin x}$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\left| \frac{x - 2}{x^2 + x - 2} \right|}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x \operatorname{arctg} \sqrt{2x - 1}}{\sqrt{4x^2 - 1}}\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C3

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il limite seguente esista e valga $-\infty$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(\alpha\, x) - \log(1 + \alpha\, x) + x}{x - \arcsin x}$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\left| \frac{x - 3}{x^2 - x - 2} \right|}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x\ \arcsin(x - 1)}{\sqrt{4 - x^2}}\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C4

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il limite seguente esista e valga $+\infty$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(\alpha\, x)-\log(1+\alpha\, x)+x}{-x+\arcsin x}$$

2) Data la funzione

$$f(x)=\sqrt{\left|\frac{x^2+x-2}{x-2}\right|}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x\ \arcsin(2x-1)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C1

1) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \, x^{2n+1}}{2n+1}$$

al variare del parametro reale x

2) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che il limite seguente esista e valga 0

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(\alpha\, x) - \log(1 + \alpha\, x) + x}{\alpha \, \arcsin x}$$

3) Data la funzione

$$f(x) = \log\left| \frac{x^2 - x - 2}{x - 3} \right|$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Provare che

$$x \geq \sqrt{1 + \log x}$$

per ogni $x \in [1, +\infty[$

5) Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^{0} \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x + 1}}$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C2

1) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \, x^n}{n(n+1)}$$

al variare del parametro reale x

2) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che il limite seguente esista e valga $L \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(\alpha\, x) - \log(1 + \alpha\, x)}{\alpha \, \arcsin x}$$

3) Data la funzione

$$f(x) = \log \left| \frac{x-2}{x^2 + x - 2} \right|$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Provare che

$$x \geq 1 + \sqrt{1 + \log(x-1)}$$

per ogni $x \in [2, +\infty[$

5) Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x\,\sqrt{2+x}}{x+1} \, dx$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C3

1) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\, x^{2n+1}\, n(n+1)$$

al variare del parametro reale x

2) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il limite seguente esista e valga $-\infty$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(\alpha\, x)-\log(1+\alpha\, x)+x}{x-\arcsin x}$$

3) Data la funzione

$$f(x)=\log\left|\frac{x-3}{x^2-x-2}\right|$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Provare che

$$(x-1)^2 \geq 2x(x-\log x-1)$$

per ogni $x \in]0,1]$

5) Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^{0}\frac{1}{\sqrt{x^2+4x+5}}\,dx$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 30-01-2007. C4

1) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\, x^{2n+1}\,(2n+1)$$

al variare del parametro reale x

2) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il limite seguente esista e valga $+\infty$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(\alpha\, x)-\log(1+\alpha\, x)+x}{-x+\arcsin x}$$

3) Data la funzione

$$f(x)=\log\left|\frac{x^2+x-2}{x-2}\right|$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Provare che

$$x^2 \geq 2(x+1)(x-\log(x+1))$$

per ogni $x \in]-1, 0]$

5) Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x\sqrt{x+1}}{x+2}\,dx$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 31-01-2007. C1

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il limite seguente esista e valga 0

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1+\sin(\alpha\, x) - e^x + \alpha\, x^2}{1-\cos(\alpha x)}$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x^2 - x - 2|}}{x-3}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{1-2x}{\sqrt{x-x^2}} \arcsin\sqrt{-2x^2+x+1}\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 31-01-2007. C2

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che il limite seguente esista e valga $L \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1 + \sin(\alpha\, x) - e^x + \alpha\, x^2}{1 - \cos(\alpha x)}$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{|x^2 + x - 2|}}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \sqrt[4]{x-1}\ \mathrm{arctg} \sqrt[4]{x-1}\ dx$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z) del giorno 31-01-2007. C3

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il limite seguente esista e valga $-\infty$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1 + \sin(\alpha\, x) - e^x + \alpha\, x^2}{1 - \cos(\alpha x)}$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{|x^2 - x - 2|}}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \sqrt[4]{x-1}\, \log\left[1 + \sqrt[4]{x-1}\,\right]\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 31-01-2007. C4

1) Determinare, se ve ne sono, i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che il limite seguente esista e valga $+\infty$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1 + \sin(\alpha\, x) - e^x + \alpha\, x^2}{1 - \cos(\alpha x)}$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x^2 + x - 2|}}{x - 2}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int \frac{\operatorname{arctg}\sqrt{2x^2 - x - 1}}{\sqrt{x - 1}}\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Prova scritta di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 20-02-2007

1) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x^4+1}{3x^2+5}\right)^{n^2+\log n}$$

al variare del parametro reale x

2) Studiare la successione definita per ricorrenza seguente

$$a_1 \geq 1\,, \qquad a_{n+1} = \sqrt{\frac{\log(1+2\,a_n^2)}{\log 3}} \qquad\qquad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

dopo aver provato che

$$1+2x^2-3^{x^2} \leq 0 \qquad\qquad \forall\, x \geq 1\,.$$

3) Data la funzione

$$f(x) = e^{-2|x|}\,\frac{x}{|2x+1|}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4\cos x + 3\sin x}$$

Ingegneria Elettronica

Seconda prova in itinere di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 21-02-2007

1) Studiare la successione definita per ricorrenza seguente

$$a_1 > 0\,, \qquad a_{n+1} = \frac{2\log(1+a_n)}{\log 10} \qquad\qquad \forall\, n \in \mathbb{N}$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = e^{-|x|}\,\frac{x}{|x+1|}$$

e disegnarne il grafico.

3) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4\cos x + 3\sin x}$$

Ingegneria Elettronica

Appello di Analisi Matematica I (LL-Z) del giorno 04-05-2007
per studenti Fuori Corso e Ripetenti

1) Dire per quali $x \in \mathbb{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{6^n + 7^n}\, x^n$$

2) Provare che la funzione

$$g(x) = x^{\log x} + x^{-\log x} + 7 \ :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

ha un unico punto di minimo assoluto nel punto $x = 1$ senza calcolare g'.

3) Studiare la funzione

$$f(x) = |\sin x|\,(1 - \cos x)$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare, se esistono, i seguenti integrali

$$\int_0^1 \frac{\log x}{(x+1)^2}\, dx\,, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{\sin(1/x)}{x^2}\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Appello di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno 22-06-2007

N.B. E' consentito consultare gli appunti ed il libro. Non è consentito parlare fra i candidati né con il docente.

1) Studiare il seguente insieme numerico

$$X = \left\{ \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 1} : x \in \mathbb{R} \right\}$$

determinandone gli estremi inferiore e superiore, precisando se si tratta di minimo e/o massimo.

2) Studiare le serie seguenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log\left(\operatorname{tg}^4 \frac{1}{n} + 1\right)}{e^{2\sin^4 \frac{1}{n}} - 1}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1\right)}{\frac{1}{n} + \sin \frac{1}{n}}$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x+1|} - \log\left(\sqrt{|x+1|} - 1\right)$$

e disegnarne il grafico.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} \frac{\sin x \log(2 - \sin x)}{\cos^2 x}\, dx$$

Ingegneria Elettronica

Appello di Analisi Matematica I (LL-Z)
del giorno giorno 03-09-2007

N.B. E' consentito consultare gli appunti ed il libro. Non è consentito parlare fra i candidati né con il docente.

1) Studiare la serie numerica seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log\left(1+\frac{1}{n^\alpha}\right)}{\sqrt[3]{n}}\, \beta^n$$

al variare dei parametri reali positivi α, β.

2) Studiare il limite seguente

$$\lim_{x\to 1} \frac{(e^x - e)^2}{(x-1)\sin(\pi\, x)}$$

senza utilizzare i Teoremi di De L'Hopital.

3) Data la funzione

$$f(x) = \text{arctg}\frac{2x+1-|x|}{|x+1|}$$

determinarne campo di esistenza, segno e insieme immagine.

4) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{e^{2x}+e^{4x}}{e^{4x}+2e^{2x}+2}\, dx$$

5) Dire per quali valori del parametro reale positivo α la funzione

$$f(x) = \frac{|\sin x|}{x^\alpha}$$

è sommabile in $]0, +\infty[$, se ne esistono, giustificando la risposta.