

Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)

Prova scritta di Analisi Matematica I  
del giorno 05-12-2009

Appello riservato a studenti fuori corso o ripetenti

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Calcolare, se esiste, il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x + \log(1 + x)}{\sqrt{x}(e^{\sqrt{x}} - 1)}$$

2) Dire per quali numeri reali  $x$  converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( e^{\frac{1}{n}} - 1 \right) x^{2n}$$

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2} e^{-\frac{2}{x}}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare

$$\int_2^3 \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.1**  
**del giorno 01-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Calcolare, se esiste, il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x)(\sin^2 x + x^2 \cos^2 x)}{(x^2 - 2x + 2 \sin x) \sin^2 x}$$

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left[ 1 + \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n^\alpha} \right]$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \arcsin \frac{2\sqrt{x}}{x+1}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.2**  
**del giorno 01-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Calcolare, se esiste, il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos^3 x)(\arcsin^2 x + x^2 \cos^2 x)}{(x^2 - 2 \sin x + 2x)x \sin x}$$

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ e^{\frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n^\alpha}} - 1 \right]$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \arccos \frac{2\sqrt{x}}{x+1}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.3**  
**del giorno 01-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Calcolare, se esiste, il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x)(x^2 + \sin^2 x \cos^2 x)}{(\sin^2 x - 2x + 2 \sin x) \arcsin^2 x}$$

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \left[ \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n^\alpha} \right]$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \arcsin \frac{2x}{x^2 + 1}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} dx$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.4**  
**del giorno 01-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Calcolare, se esiste, il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos^3 x)(x^2 + \operatorname{arctg}^2 x \cos^2 x)}{(x^2 - 2 \arcsin x + 2 \sin x) \arcsin x \sin x}$$

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \left[ \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n^\alpha} \right]$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \arccos \frac{2x}{x^2 + 1}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x} dx$$

Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)

Prova scritta di Analisi Matematica I - Prova di recupero  
del giorno 11-02-2010

**N.B.** I candidati hanno a disposizione 45 minuti per svolgere l'esercizio loro assegnato. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Studiare la **funzione**

$$f(x) = \sqrt{|x+1|} - \log\left(\sqrt{|x+1|} - 1\right)$$

e disegnarne il grafico

2) Calcolare l'**integrale** seguente

$$\int \frac{dx}{x(\log x + 1) \sqrt{\log^2 x + 2 \log x + 2}}$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.1**  
**del giorno 26-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Data la successione seguente

$$a_n = \frac{2n+1}{n+3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

calcolarne gli estremi inferiore e superiore.

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( 1 + \sin \frac{1}{n^\alpha} \right)^{\sqrt{2}} - 1 \right]^\beta$$

al variare dei parametri reali positivi  $\alpha$  e  $\beta$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x(1-x)^2}$$

determinare l'insieme immagine dell'intervallo  $[0, +\infty[$  tramite  $f$ .

4) Calcolare l'integrale improprio seguente

$$\int_1^2 \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x}{x-1}} dx$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.2**  
**del giorno 26-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Data la successione seguente

$$a_n = \frac{n+1}{2n+3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

calcolarne gli estremi inferiore e superiore.

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( 1 + \operatorname{arctg} \frac{1}{n^\alpha} \right)^{\sqrt{2}} - 1 \right]^\beta$$

al variare dei parametri reali positivi  $\alpha$  e  $\beta$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \log \left( 1 + \sqrt{x^2 - 1} \right) - \log x$$

determinare l'insieme immagine dell'intervallo  $[1, +\infty[$  tramite  $f$ .

4) Calcolare l'integrale improprio seguente

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} dx$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.3**  
**del giorno 26-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Data la successione seguente

$$a_n = \frac{3n + 2}{n + 3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

calcolarne gli estremi inferiore e superiore.

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( 1 + \operatorname{tg} \frac{1}{n^\alpha} \right)^{\sqrt{2}} - 1 \right]^\beta$$

al variare dei parametri reali positivi  $\alpha$  e  $\beta$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1}$$

determinare l'insieme immagine dell'intervallo  $[1, +\infty[$  tramite  $f$ .

4) Calcolare l'integrale improprio seguente

$$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{x^3} dx$$

**Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)**  
**Prova scritta di Analisi Matematica I - C.4**  
**del giorno 26-02-2010**

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Data la successione seguente

$$a_n = \frac{2n+3}{n+4} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

calcolarne gli estremi inferiore e superiore.

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( 1 + \arcsin \frac{1}{n^\alpha} \right)^{\sqrt{2}} - 1 \right]^\beta$$

al variare dei parametri reali positivi  $\alpha$  e  $\beta$ .

3) Data la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left( x - \sqrt{x^2 + x} \right)$$

determinare l'insieme immagine dell'intervallo  $[0, +\infty[$  tramite  $f$ .

4) Calcolare l'integrale improprio seguente

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \log \frac{3x-1}{x^2} dx$$

Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)

Prova scritta di Analisi Matematica I per studenti Fuori Corso o Ripetenti  
del giorno 09-04-2010

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Calcolare il limite seguente

$$\lim_n \left[ \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}} \right].$$

2) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n + \sqrt{n}}{n^\alpha + 1}$$

al variare del parametro reale positivo  $\alpha$ .

3) Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = |x| + \sqrt[3]{x^3 + 1}$$

4) Calcolare l'integrale

$$\int_0^\pi \frac{dx}{2 - \cos x}$$

Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)

Prova scritta di Analisi Matematica I  
del giorno 18-06-2010

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Provare l'uguaglianza

$$\sum_{k=1}^n \left( 1 - \frac{35}{(k+5)(k+6)} \right) = \frac{n(6n+1)}{6(n+6)} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

2) Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7x) - 7 \sin x}{x \cosh x - \sinh x}$$

3) Date le funzioni

$$f(x) = x - 5 + \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad g(x) = \arcsin \frac{1 - |x|}{1 + |x|}$$

determinarne i rispettivi campi di esistenza. Quindi determinare l'insieme immagine di  $f$  e gli intervalli di monotonia di  $g$ , per quest'ultima precisando se esistono punti del campo di esistenza in cui  $g'$  non esiste.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x + 13}$$

Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)

Prova scritta di Analisi Matematica I  
del giorno 13-07-2010

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Studiare la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\alpha}}{\sqrt{1 + \frac{3}{n^3}} - 1}$$

al variare del parametro reale  $\alpha$ .

2) Calcolare i limiti seguenti

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)^{\frac{3}{2}} \log[(x-1)^2]}{(x^2-4)^{\frac{5}{2}}}, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x^2-6x+9)^2}{[e^{(x^2-9)} - 1]^4}.$$

3) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x e^x}{e^x - 1}$$

e disegnarne il grafico. Può essere omissa lo studio della derivata seconda.

4) Calcolare le primitive della funzione

$$g(x) = e^x \frac{\cosh x}{\sinh x}$$

nel campo di esistenza.

Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)

Prova scritta di Analisi Matematica I  
del giorno 06-09-2010

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Studiare la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n - 2 \operatorname{arctg} n}{n^2 + 3n}.$$

2) Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2}.$$

3) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1 - x\sqrt{|x|}}$$

determinarne il campo di esistenza. Dire poi in quali punti essa è derivabile, giustificando la risposta. Determinare massimo e minimo assoluti di  $f$  nel proprio campo di esistenza, se esistono.

4) Determinare una funzione  $f : ] - \infty, +\infty[ \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile tale che

$$(1) f'(x) = \frac{x^2 - x + 8}{x^3 + x^2 + 3x - 5} \quad \forall x \in ] - \infty, +\infty[ \setminus \{1\}$$

$$(2) f(0) = -\frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2}, \quad f(2\sqrt{3} - 1) = \log(2\sqrt{3} - 2).$$

Ingegneria Elettrica + Meccanica (TR-Z)

Prova scritta di Analisi Matematica I  
del giorno 20-09-2010

**N.B.** I candidati hanno a disposizione due ore e dovranno svolgere correttamente non meno di due esercizi. Si raccomanda di scrivere il proprio nome e cognome **A STAMPATELLO** su ognuno dei fogli che saranno consegnati.

1) Studiare la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n}$$

determinandone la somma nel caso in cui converga.

2) Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(e^x - e)^2}{(x - 1) \sin(\pi x)}.$$

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{|x|}{x - 1}$$

studiarla e disegnarne il grafico.

4) Calcolare l'integrale seguente

$$\int \frac{e^x \operatorname{arctg} e^x}{(1 + e^x)^2} dx.$$