

Corso di Studi in Informatica

Prova in itinere del giorno 13-05-2005 di

Formazione Analitica 2

1) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi

$$\frac{2 - 2i}{3 + 3i}, \quad \frac{(1 + i)^2 \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - i \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \right]^3}{1 + i\sqrt{3}}$$

2) Calcolare gli integrali indefiniti seguenti

$$\int \frac{\sin^4 x}{\cos x} dx, \quad \int e^{\sin x} \cos^3 x dx$$

Informatica

Seconda prova in itinere

Formazione Analitica II // 14-06-2005

1) Data la serie di funzioni seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x \sin^4 x}{1 + n^3 x^3}$$

provare che essa converge totalmente sia in $[0, 1]$ che in $[1, +\infty[$

2) Studiare la serie seguente determinandone gli insiemi di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{[\log(x-1)]^{2n}}{2n+1} \quad x > 1$$

e calcolarne la funzione somma

3) Risolvere il seguente Problema di Cauchy

$$y'' - 2y' + y = x^3 - 6x^2, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = \frac{\cos y}{\sin y}$$

determinando solamente le soluzioni che hanno insieme immagine contenuto nell'intervallo $]0, \frac{\pi}{2}]$, delle quali occorre precisare il campo di esistenza e la legge di definizione.

Informatica

Prova scritta del giorno 20-06-2005 di

Formazione Analitica 2 (A-L)

1) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{\sin(2x)}{1 - \cos^4 x} dx \quad 0 < x < \pi$$

$$\int \frac{dx}{x \sqrt{1 - \log x}} \quad 0 < x < e$$

2) Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \log \frac{nx + 1}{nx^2 + 1} \quad n \in \mathbb{N}$$

studiarne la convergenza semplice e uniforme negli insiemi $[0, +\infty[$ e $[1, +\infty[$

3) Studiare la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{(x^2-1)n}}{n}$$

determinandone anche la funzione somma

4) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y'' + 3y' + 2y = x + e^{-x}$$

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica 2 (A-L)

del giorno 15-07-2005

1) Trovare i numeri $n \in \mathbb{N}$ tali che

$$(-\sqrt{3} + i)^n = 4(1 - i\sqrt{3})$$

2) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right] x^n$$

3) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{x \operatorname{arctg} x}{(1+x^2)^2} dx$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y' = \frac{y^2}{1+x^2}$$

ogni volta precisando il dominio delle soluzioni trovate.

CdL in Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica 2

del giorno 12-09-2005

1) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n + n^3}{2n^2 + n!}$$

al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$.

2) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_0^1 \frac{\log(\operatorname{arctg}x + 1)}{(1 + x^2)(\operatorname{arctg}x + 1)^2} dx$$

3) Determinare, fra le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{y}{\sqrt{x}} + 1,$$

quelle che soddisfano la condizione $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$, se ne esistono.

4) Studiare la serie di potenze seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\log(n!)}$$

(può essere utile sapere che $\lim_n \frac{n \log n}{\log(n!)} = 1$)

C.d.L. in Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica 2

del giorno 03-10-2005

1) Dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{6}}{2}$$

trovare le radici quadrate del numero

$$\frac{z^{25}}{\sqrt{2}} + 3z^{10}$$

2) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \log \left(1 + \frac{3}{t} \right) dt$$

3) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{5^n n^{\frac{1}{3}}}$$

4) Determinare le soluzioni, se esistono, dell'equazione differenziale lineare

$$y'' - 2\beta y' + \beta^2 y = e^{-2x}$$

verificanti la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$$

al variare del parametro reale β .

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica 2 (A-L)

del giorno 01-02-2006

1) Risolvere, in \mathbb{C} , il seguente sistema

$$z^2 \bar{z} - z \bar{z} = -2 \bar{z}, (z^2 + 2\bar{z})^2 = 9$$

2) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \sin^2 x} dx \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

3) Determinare il carattere della serie numerica seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{[n!]^2} x^n$$

al variare del parametro reale positivo x

4) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y''' + y'' - 2y' = e^x$$

Corso di Studi in Informatica

Prova in itinere di Formazione Analitica 2 (A-L)

del giorno 13-06-2006

1) Studiare il carattere della serie seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{n}{n^{\alpha} + 1}$$

al variare del parametro reale $\alpha \geq 1$.

2) Data la successione di funzioni seguente

$$f_n(x) = \frac{\sin \sqrt{nx}}{x^n + nx} :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \quad n \in \mathbb{N}$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme in $]0, +\infty[$; qualora non vi sia convergenza uniforme nell'insieme dato, si studi la convergenza uniforme in $[1, +\infty[$

3) Determinare gli eventuali punti di estremo relativo della funzione

$$f(x, y, z) = (x^2 + xy + y^2 + z^2) e^{-(x^2 + xy + y^2 + z^2)} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y'' + y' - 2y = x^2$$

Corso di Studi in Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica 2 (A-L)

del giorno 19-06-2006

1) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{\log(\sin x)}{\sin x} \cos x \, dx, \quad \int \frac{\log x}{x^2} \, dx$$

2) Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie di funzioni seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x}{x + \log n}$$

3) Determinare i punti di estremo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$$

nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 - 1 \leq y \leq 1\}$$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale lineare

$$y''' - 3y' + 2y = x$$

Informatica

Prova scritta di Formazione Analitica 2 (A-L)

del giorno 10-07-2006

1) Determinare il carattere della serie numerica seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{[n!]^2} x^n$$

al variare del parametro reale positivo x

2) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\sin x}{\cos x(1 + \sin^2 x)} dx \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

3) Determinare gli estremi relativi della funzione

$$f(x, y) = \log[(4x^2 - y^2)(1 - x) + 1]$$

nell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + y \geq 0, 2x - y \geq 0, x - 1 \leq 0\}$

4) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y' = xy + 2xy^3$$

C. d. L. in Informatica

Prova scritta dell'esame di

Formazione Analitica II del 7 Settembre 2006

1) Studiare la serie

$$\sum \frac{e^n - 1}{2^n e^n}$$

e, in caso di convergenza, calcolarne la somma.

2) Studiare la serie seguente determinandone gli insiemi di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{[\log(x-1)]^{2n}}{2n+1} \quad x > 1$$

e calcolarne la funzione somma

3) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^3 x} dx$$

4) Studiare la funzione

$$f(x, y) = [|x^2 - y|(x + y)] \operatorname{arctg} [|x^2 - y|(x + y)]$$

per determinarne gli eventuali punti di estremo relativo.

CORSO di LAUREA in INFORMATICA

Prova scritta di Formazione Analitica II / 27-09-2006

1) Studiare la successione di funzioni

$$f_n(x) = x(x+1)[1 - (-x)^n]$$

determinandone l'insieme X di convergenza e la funzione limite f . Studiare poi la continuità di f e la convergenza uniforme di (f_n) a tale f in $X \cap]-\infty, 0]$.

2) Determinare l'insieme X di convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} x^n (x+1)^2$$

calcolando la funzione somma. Tale serie risulta totalmente convergente in $X \cap]-\infty, 0]$?

3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos x \log(1 + \cos^2 x) \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx$$

4) Risolvere l'equazione differenziale seguente

$$y'' + y' = \frac{1}{e^x + 1}$$

C. d. L. in Informatica

Prova scritta dell'esame di

Formazione Analitica II del 24 Gennaio 2007

1) Studiare la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n}}{\sqrt{n^4 + 1}} x^n$$

2) Calcolare l'integrale seguente

$$\int \frac{5 - x}{\sqrt{5 + 4x - x^2}} dx$$

3) Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = \frac{y^3}{\sqrt{1 - x}}$$

4) Studiare la funzione

$$f(x, y) = |x^2 + y^2| e^{-(x^2 + y^2)}$$

per determinarne gli eventuali punti di estremo relativo.

C. d. L. in Informatica

Prova scritta dell'esame di

Formazione Analitica II del 21 Febbraio 2007

1) Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2x}{x^2 + 1} \right)^{n^2}$$

determinare gli insiemi di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale.

2) Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 4) e^{x^2 + y^2}$$

determinarne eventuali punti di estremo relativo ed assoluto nel cerchio chiuso di centro l'origine e raggio 2.

3) Risolvere l'equazione differenziale

$$y'' + (\lambda - 2) y' + (\lambda + 1) y = x$$

al variare del parametro reale λ .

C. d. L. in Informatica

Prova scritta dell'esame di

Formazione Analitica II del giorno 11 Aprile 2007

1) Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n - 1}{2^n e^n}$$

e, in caso di convergenza, calcolarne la somma.

2) Calcolare l'integrale seguente

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^3 x} dx$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \log \frac{x^2 - 1 + y}{(y - 3)(3 - x)}$$

determinarne i punti di estremo relativo ed assoluto, se esistono, nel campo di esistenza.

4) Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = \frac{y^2}{1 + x^2}$$

ogni volta determinando il dominio della soluzione trovata.