

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica II** assegnata il giorno 3 aprile 2024.

Tempo a disposizione: **150 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

1. **Gli studenti che nell'AA 22-23 erano al secondo anno e che hanno superato le prove in itinere dovranno affrontare gli esercizi 3) e 4)**
2. **Gli studenti che nell'AA 22-23 erano al secondo anno e che non hanno superato le prove in itinere dovranno affrontare i due quesiti di teoria e tutti gli esercizi.**
3. **Gli studenti degli anni successivi al secondo devono affrontare solo gli esercizi 1), 2), 3) e 4).**

Domanda di teoria 1. Enunciare e dimostrare il teorema di Abel sulle serie di potenze

Domanda di teoria 2. Enunciare e dimostrare il teorema di punto fisso di Banach-Caccioppoli.

Esercizio 1. Dire se l'equazione

$$x^2 + y + z^2 e^z + \int_0^x \operatorname{sen}(e^{xyt}) e^{-t^2} dt = 0$$

definisce una superficie Σ regolare in un intorno dell'origine. In caso affermativo scrivere l'equazione del piano tangente a Σ nell'origine.

Esercizio 2. Determinare gli eventuali estremi relativi e gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = |1 - z|x^2 - y|| e^{-((x^2 - y)z)^2}$$

nel suo campo di esistenza.

Esercizio 3. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \int_x^{x + \frac{1}{n}} \frac{\operatorname{sen} t}{t} dt.$$

Esercizio 4. Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} y'' - |y| = e^{-x} \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo nel quale ciascuna di esse risulta essere soluzione.