

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica II** assegnata il giorno 19 febbraio 2024.

Tempo a disposizione: **150 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

1. **Gli studenti del secondo anno che hanno superato le prove in itinere dovranno affrontare gli esercizi 3) e 4)**
2. **Gli studenti del secondo anno che non hanno superato le prove in itinere dovranno affrontare i due quesiti di teoria e tutti gli esercizi.**
3. **Gli studenti degli anni precedenti al secondo devono affrontare solo gli esercizi 1), 2), 3) e 4).**

Domanda di teoria 1. Si enunci e si dimostri il Teorema di Fermat.

Domanda di teoria 2. Si enunci e si dimostri il Teorema di Dini per una funzione di due variabili reali.

Esercizio 1. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n e^{-nx^2}}{\sqrt{n+1}}$$

nel campo reale.

Esercizio 2. Calcolare gli eventuali estremi relativi e gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = \sqrt{1 + |x^3 - y^3| e^{-z^2(x^2+y^2)}}$$

nel suo campo di esistenza.

Esercizio 3. Provare che l'equazione

$$f(x, y) = e^{y-1} - 2 + y - 2x^3 + x = 0$$

definisce una funzione φ della variabile x in un intorno del punto $P_0 = (0, 1)$. Dire se il punto di ascissa $x = 0$ è un punto di estremo relativo per la funzione φ .

Esercizio 4. Calcolare l'integrale

$$\int_T |x| \operatorname{arctang} \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$