

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica II** assegnata il giorno 1 marzo 2023.

Tempo a disposizione: **150 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**N. B.:**

- Gli studenti del secondo anno che hanno superato la prima prova in itinere dovranno affrontare i due quesiti di teoria e gli esercizi 2) e 3).
- Gli studenti del secondo anno che non hanno superato la prima prova in itinere dovranno affrontare i due quesiti di teoria e gli esercizi 1), 2) e 3).
- Gli studenti degli anni precedenti al secondo devono affrontare solo gli esercizi 1), 2), 3) e 4).

**Domanda di teoria 1.** Si enunci e si dimostri il Teorema di Banach-Caccioppoli sulle contrazioni

**Domanda di teoria 2.** Si enunci e si dimostri il Teorema sui moltiplicatori di Lagrange.

**Esercizio 1.** Stabilire il carattere della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^n \sqrt{n^3}}{n!} (x+2)^n$  in  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 2.** Determinare gli estremi della funzione  $f(x, y) = x^2 y - y + 1$  in

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1\}$$

**Esercizio 3.** Si scriva la serie di Fourier della funzione  $f(x) = x^2$  in  $[-\pi, \pi]$ . Si discuta circa l'eventuale convergenza puntuale della serie.

**Esercizio 4.** Calcolare

$$\int_T \frac{x^2 + y^2 + z}{x^2 + y^2 + 3} dx dy dz$$

dove

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, -1 \leq z \leq 0\}$$