

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA – A.A.2022-23

Dipartimento di Matematica e Informatica – Corso di laurea triennale in Matematica

Prova di **Analisi Matematica II** assegnata il giorno 30 gennaio 2023.

Tempo a disposizione: **150 minuti**. Durante lo svolgimento **NON È PERMESSO** consultare libri, appunti o formulari. È altresì **vietato** l'uso di qualsiasi tipo di **DISPOSITIVO ELETTRONICO** pena l'**ANNULLAMENTO DELLA PROVA**.

**N. B.:**

- **Gli studenti che hanno superato la prima prova in itinere dovranno rispondere ai due quesiti di teoria e svolgere gli esercizi 2 e 3.**

**Tutti gli altri studenti dovranno affrontare tutti i quesiti di teoria e tutti gli esercizi.**

**Domanda di teoria 1.** Si enunci e si dimostri il teorema di U. Dini

**Domanda di teoria 2.** Si enunci e si dimostri il teorema di rettificabilità per una curva piana regolare

**Esercizio 1.** Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \frac{x^n}{n^2}$$

in  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x, y) = ye^{2x}$$

si determinino gli estremi sotto il vincolo

$$2x^2 + 3y^2 = 1.$$

**Esercizio 3.** Dire se l'equazione

$$x^2 + y^2 - \int_{x^3}^x e^{-t^2} \operatorname{sen}(xt) dt + \operatorname{sen}(yz) + x = 0$$

definisce implicitamente una funzione in un intorno dell'origine. Scrivere l'equazione del piano tangente nell'origine alla superficie grafico di tale funzione.

**Esercizio 4.** Stabilire se l'insieme

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 2\}$$

è misurabile ed eventualmente calcolarne il volume.